



УДК 692.6

## К вопросу восстановления каменных бескосоурных лестниц в архитектуре Санкт-Петербурга. Часть 2 (пример расчета прямого марша с плоскими ступенями без припазовки)

М. Д. Вебер<sup>1</sup>, А. В. Кузнецов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ООО «Инфорспроект», Российская Федерация, 115280, Москва, ул. Ленинская слобода, 19

<sup>2</sup>Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

**Для цитирования:** Вебер М. Д., Кузнецов А. В. К вопросу восстановления каменных бескосоурных лестниц в архитектуре Санкт-Петербурга. Часть 2 (пример расчета прямого марша с плоскими ступенями без припазовки) // Известия Петербургского университета путей сообщения. — СПб.: ПГУПС, 2025. — Т. 22. — Вып. 3. — С. 739–749. DOI: 10.20295/1815-588X-2025-3-739-749

### Аннотация

**Цель:** Разъяснить на конкретных примерах последовательность выполнения поверочных расчетов каменных бескосоурных лестниц в рамках обследований их технического состояния. **Материалы и методы:** Расчеты выполнены при помощи математического аппарата и данных, собранных в процессе предыдущего исследования. **Результаты:** Приведено развернутое описание отобранных примеров. Даны рекомендации по анализу полученных результатов. **Практическая значимость:** Предоставление практикующим инженерам расчетных инструментов для оценки состояния ценных исторических конструкций.

**Ключевые слова:** Каменные конструкции, бескосоурные лестницы, висячие лестницы, обследование, реконструкция, реставрация, поверочные расчеты, примеры расчета.

### Введение

Настоящая статья является продолжением предыдущей работы [1], в которой дан обзор и выполнен анализ сведений по каменным бескосоурным («висячим») лестницам.

Приведенный ниже аналитический расчет иллюстрирует наиболее характерный случай прямого марша с плоскими (без припазовки) ступенями из Путиловского известняка.

Для иных случаев необходимо опираться на данные и источники, приведенные в предыдущей статье [1].

Для примера возьмем условный марш (рис. 1) со следующими характеристиками: ступени выполнены из Путиловского известняка; количество ступеней —  $n = 10$  шт.; вынос консоли (рис. 2) —  $L = 1000$  мм (1,0 м); сечение ступеней (рис. 3) — пря-

моугольное; ширина без учета валика  $b = 320$  мм (0,32 м); высота ступени  $h = 150$  мм (0,15 м); имеется полукруглый валик с радиусом кривизны  $r_v = 30$  мм (0,03 м); ступени надвинуты друг на друга на  $\Delta = 50$  мм; лестничная клетка примыкает к служебным помещениям; погонный собственный вес лестничного ограждения составляет 0,5 кН/м; высота лестничного ограждения составляет 1,2 м; линия ограждения проходит на расстоянии 0,1 м от края марша.

Для расчета примем следующие физико-механические свойства материала:

1. Плотность Путиловского известняка принимаем по справочным материалам (наибольшее значение) в соответствии с [2] — 2800 кг/м<sup>3</sup>.

2. Временное сопротивление сжатию в сухом виде принимаем по справочным материалам.

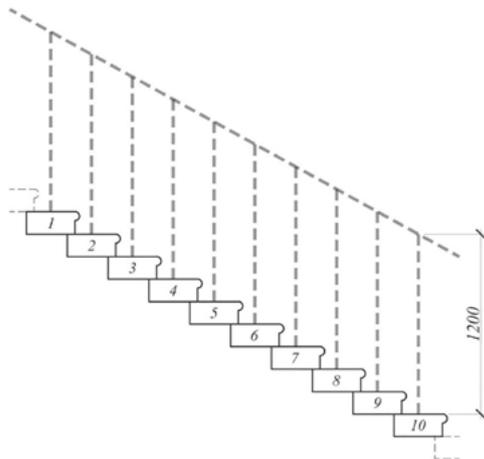


Рис. 1. Продольная схема марша

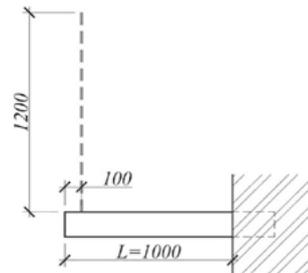


Рис. 2. Поперечная схема марша

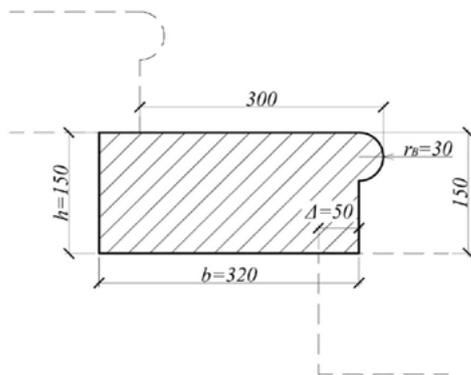


Рис. 3. Сечение ступени

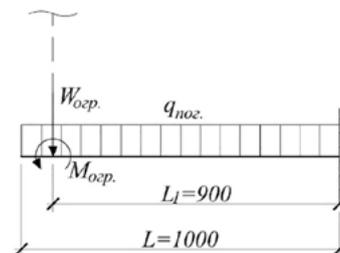


Рис. 4. Расчетная схема ступени для расчета на изгиб

Стоит обратить внимание на учет следующих факторов:

- камень для «ступенной» плиты отбирался наилучшего качества и проходил дополнительный входной контроль на площадке;

- указываемое в современных источниках временное сопротивление на сжатие для Путиловской плиты от 30 до 200 МПа [2] [3, с. 29] приведено для камня, добытого из пластов в их текущем состоянии для применения в качестве отделочного материала;

- справочный источник, который, по нашему мнению, наиболее соответствует расчету ступеней, — это результаты испытаний Путиловской плиты в том виде, в котором она поставлялась до революции как строительный материал для несущих конструкций; данные испытания, выпол-

ненные лабораторией Петербургского института инженеров путей сообщения для постройки Троицкого моста в Петербурге, показали временное сопротивление на сжатие в сухом виде, равное  $\sigma_{сж} = 91,9$  МПа [4, с. 45, 66; 5, с. 89].

3. Временное сопротивление растяжению принимаем равным  $\sigma_p = 91,9 \cdot 1/30 = 3,06$  МПа, по данным М. П. Субботина [5, с. 112].

4. Временное сопротивление изгибу принимаем равным  $\sigma_{из} = 91,9 \cdot 1/6 = 15,31$  МПа, см. там же [5, с. 112].

5. Для расчета деформаций изгиба Путиловского известняка модуль упругости в справочной литературе отсутствует, поэтому для расчета примем его по аналогу исходя из следующих факторов:

- модуль упругости прямо пропорционален прочности природного камня [6, с. 126];

– по стратиграфии Путиловский известняк относится к нижнему ордовику [3, с. 19] и имеет сопоставимую или большую прочность, чем известняки среднего и нижнего карбона Московской синеклизы Русской платформы [7, табл. 7; 8, с. 127–128];

– для известняков среднего и нижнего карбона покрова Русской платформы усредненное значение модуля упругости при сжатии составляет  $4,2 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup> (41 202 МПа) [8, с. 96; 9, с. 65];

– при растяжении модуль упругости в среднем в 2,4 раза меньше, чем при сжатии [6, с. 128]; при расчете на изгиб часть сечения работает на растяжение.

В расчет примем модуль упругости Путиловского известняка консервативно, как для известняков среднего и нижнего карбона Московской синеклизы, предполагая его работу на растяжение:  $E = 41\,202 / 2,4 = 17\,167,5$  МПа = 175 000 кг/см<sup>2</sup>.

6. Для расчета деформаций кручения модуль сдвига  $G$  Путиловского известняка вычисляется по результатам испытаний, в которых определяется коэффициент Пуассона  $\nu$ . В нашем случае эти сведения о коэффициенте Пуассона  $\nu$  в справочных данных отсутствуют, поэтому для расчета его значение примем по аналогу исходя из следующих факторов:

– для вычисления модуля сдвига используется отношение  $G = E / (2(1 + \nu))$ , из чего следует, что больший коэффициент Пуассона соответствует меньшему модулю сдвига, т. е. является более консервативным;

– для сопоставимых известняков Московской синеклизы усредненные значения коэффициента Пуассона варьируются от 0,25 до 0,32 [7, табл. 7];

– известняк как слоистый материал имеет различный коэффициент Пуассона параллельно слоистости и перпендикулярно слоистости; согласно усредненным справочным данным [10, с. 117] для известняков коэффициент Пуассона параллельно слоистости равен 0,28 и перпендикулярно слоистости — 0,3;

– для природного камня, работающего на растяжение, коэффициент Пуассона в 2–3 раза ниже, чем при сжатии [6, с. 128]; в нашем случае, как упоминалось выше, наибольшая величина является консервативной;

– для каменной кладки в соответствии с СП 15.13330.2020 [11, п. 6.31] модуль сдвига  $G = 0,4 E_0$ , где  $E_0$  — модуль упругости при сжатии; из соотношения  $G = E_0 / (2(1 + \nu))$  следует, что коэффициент Пуассона для кладки в общем случае в своде правил принимается равным 0,25.

В расчет принимаем коэффициент Пуассона консервативно наибольшим из вышеперечисленных — 0,32. Тогда модуль сдвига будет равен  $G = E / (2(1 + \nu)) = 17\,167,5 / (2 \times (1 + 0,32)) = 6502,84$  МПа = 66 287 кг/см<sup>2</sup>.

Выполним сбор нагрузок.

1. При заданной функции лестничной клетки вертикальная равномерно распределенная кратковременная нормативная нагрузка в соответствии с СП 20.13330.2016 [12, табл. 8.3, п. 12, а] составит 3,0 кПа. Расчетное значение данной нагрузки с учетом коэффициента надежности по нагрузке  $\gamma_f = 1,2$  (согласно СП 20.13330.2016 [12, п. 8.2.7]) составит 3,6 кПа.

Приведем вертикальную равномерно распределенную нагрузку к погонной для расчета ступеней на изгиб. Ширина приложения нагрузки, с учетом надвижки ступеней и валика, составит  $b + r_{\text{в}} - \Delta = 300$  мм (0,3 м). Погонное значение нормативной нагрузки составит  $q_{\text{пог.вр.н}} = 0,3$  (ширина приложения)  $\times 3,0 = 0,9$  кН/м. Погонное значение расчетной нагрузки составит  $q_{\text{пог.вр.р}} = 0,3$  (ширина приложения)  $\times 3,6 = 1,08$  кН/м.

Приведем вертикальную равномерно распределенную нагрузку к сосредоточенной для расчета на кручение. Площадь приложения нагрузки составит 0,3 (ширина приложения)  $\times 1,0$  (вынос консоли  $L$ ) = 0,3 м<sup>2</sup>. Приведенная сосредоточенная нормативная нагрузка составит  $P_{\text{ин}} = 0,3$  (площадь приложения)  $\times 3,0 = 0,9$  кН. Приведенная

сосредоточенная расчетная нагрузка составит  $P_i = 0,3$  (площадь приложения)  $\times 3,6 = 1,08$  кН.

2. При заданной функции лестничной клетки горизонтальная равномерно распределенная кратковременная нормативная нагрузка на ограждение лестницы в соответствии с СП 20.13330.2016 [12, п. 8.2.6, в] составит 0,8 кН/м. Расчетное значение данной нагрузки с учетом коэффициента надежности по нагрузке  $\gamma_f = 1,2$  (согласно СП 20.13330.2016 [12, п. 8.2.7]) составит 0,96 кН/м.

Приведем горизонтальную равномерно распределенную нагрузку к сосредоточенному моменту в точке крепления ограждения для учета при расчете ступеней на изгиб. Нормативное значение момента составит  $M_{огр.н} = 0,3$  (длина приложения)  $\times 1,2$  (плечо приложения нагрузки, равное высоте ограждения)  $\times 0,8 = 0,29$  кНм. Расчетное значение момента составит  $M_{огр.р} = 0,3$  (длина приложения)  $\times 1,2$  (плечо приложения нагрузки, равное высоте ограждения)  $\times 0,96 = 0,35$  кНм.

3. Нагрузку от собственного веса ступеней вычислим на основании площади поперечного сечения ступени с учетом валика. Она составит  $0,32$  (ширина  $b$ )  $\times 0,15$  (высота  $h$ )  $+ 1/2 \times \pi \times 0,03^2$  (площадь валика)  $= 0,05$  м<sup>2</sup>.

Нормативное значение погонной нагрузки от собственного веса консольной части ступени для расчета ступеней на изгиб составит  $q_{пог.ст.н} = 0,05 \times 2800$  (плотность материала)  $= 140$  кг/м  $= 1,38$  кН/м. Расчетное значение данной нагрузки с учетом коэффициента надежности по нагрузке  $\gamma_f = 1,1$  (согласно СП 20.13330.2016 [12, табл. 7.1]) составит  $q_{пог.ст.р} = 1,52$  кН/м.

Нормативное значение сосредоточенной нагрузки от собственного веса консольной части ступени для расчета ступеней на кручение составит  $W_{ст.н} = 0,05 \times 2800$  (плотность материала)  $\times 1,0$  (вынос консоли  $L$ )  $= 140$  кг  $= 1,38$  кН. Расчетное значение данной нагрузки с учетом коэффициента надежности по нагрузке  $\gamma_f = 1,1$  (согласно

СП 20.13330.2016 [12, табл. 7.1]) составит  $W_{ст.р} = 1,52$  кН.

4. Расчетное значение нагрузки от собственного веса ограждения с учетом коэффициента надежности по нагрузке  $\gamma_f = 1,2$  (согласно СП 20.13330.2016 [12, табл. 7.1]) составит  $1,2 \times 0,5 = 0,6$  кН/м.

Приведем вертикальную погонную нагрузку к сосредоточенной для расчета ступеней на изгиб и кручение. Нормативное значение сосредоточенной нагрузки составит  $W_{огр.н} = 0,3$  (длина приложения)  $\times 0,5 = 0,15$  кН. Расчетное значение сосредоточенной нагрузки составит  $W_{огр.р} = 0,3$  (длина приложения)  $\times 0,6 = 0,18$  кН.

5. В итоге нагрузки для расчета прочности ступеней на изгиб следующие:

– равномерно-распределенная по всей длине консоли:

$$q_{пог.р} = q_{пог.вр.р} + q_{пог.ст.р} = 1,08 + 1,52 = 2,6 \text{ кН/м};$$

– сосредоточенный момент на расстоянии 0,1 м от конца консоли:

$$M_{огр.р} = 0,35 \text{ кНм};$$

– сосредоточенная вертикальная сила на расстоянии 0,1 м от конца консоли (т. е. с плечом от места заделки  $L_1 = 1,0 - 0,1 = 0,9$  м):

$$W_{огр.р} = 0,18 \text{ кН}.$$

6. В итоге нагрузки для расчета деформативности ступеней на изгиб следующие:

– равномерно распределенная по всей длине консоли:

$$q_{пог.н} = q_{пог.вр.н} + q_{пог.ст.н} = 0,9 + 1,38 = 2,28 \text{ кН/м} = 2,32 \text{ кг/см};$$

– сосредоточенный момент на расстоянии 0,1 м от конца консоли:

$$M_{огр.н} = 0,29 \text{ кНм} = 2957 \text{ кгсм};$$

– сосредоточенная вертикальная сила на расстоянии 0,1 м от конца консоли (т. е. с плечом от места заделки  $L_1 = 1,0 - 0,1 = 0,9$  м):

$$W_{огр.н} = 0,15 \text{ кН} = 15,3 \text{ кг}.$$

7. В итоге нагрузки для расчета прочности ступеней на кручение следующие:

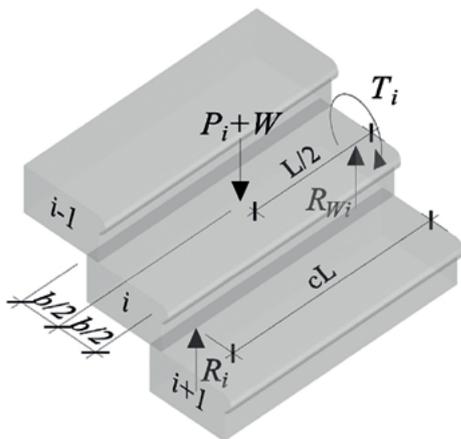


Рис. 5. Схема плоской ступени при расчете на кручение

– сосредоточенная в центре ступени

$$P_i = 1,08 \text{ кН};$$

– сосредоточенная в центре ступени:

$$W = W_{\text{огр.р}} + W_{\text{ст.р}} = 0,18 + 1,52 = 1,7 \text{ кН}.$$

8. В итоге нагрузки для расчета деформативности ступеней на кручение следующие:

– сосредоточенная в центре ступени:

$$P_{i\text{н}} = 0,9 \text{ кН};$$

– сосредоточенная в центре ступени:

$$W_{\text{н}} = W_{\text{огр.н}} + W_{\text{ст.н}} = 0,15 + 1,38 = 1,53 \text{ кН}.$$

Выполним проверку прочности ступеней на изгиб в соответствии с предпосылками Дж. Хеймана [13] (рис. 4).

1. Определим момент сопротивления сечения ступени при изгибе:

$$W_{\text{изг}} = bh^2 / 6 = 32 \cdot 15^2 / 6 = 1200 \text{ см}^3.$$

2. Определим максимальный изгибающий момент:

$$M = q_{\text{погр}} L^2 / 2 + M_{\text{огр.р}} + W_{\text{огр.р}} L_1 = 2,6 \cdot 1,0^2 / 2 + 0,35 + 0,18 \times 0,9 = 1,812 \text{ кНм} = 18471 \text{ кгсм}.$$

3. Определим максимальное нормальное напряжение изгиба:

$$\sigma = M / W_{\text{изг}} = 18471 / 1200 = 15,4 \text{ кг/см}^2 = 1,52 \text{ МПа}.$$

4. Определим коэффициент запаса:

$k = \sigma_{\text{из}} / \sigma = 15,31 / 1,52 = 10,07$ , что больше рекомендованного  $k = 3$ , т. е. прочность ступени достаточна для восприятия изгибающих нагрузок.

Выполним проверку деформативности ступени при изгибе.

1. Определим момент инерции сечения ступени при изгибе:

$$I_{\text{изг}} = bh^3 / 12 = 32 \cdot 15^3 / 12 = 9000 \text{ см}^4.$$

2. Максимальный прогиб определим, используя принцип суперпозиции прогибов от отдельных нагрузок:

– прогиб от равномерно распределенной нагрузки по всей длине консоли:

$$f_1 = q_{\text{погр.н}} L^4 / 8EI_{\text{изг}} = (2,32 \cdot 100^4) / (8 \cdot 175000 \cdot 9000) = 0,019 \text{ см};$$

– прогиб от сосредоточенного момента на расстоянии 0,1 м от конца консоли:

$$f_2 = M_{\text{огр.н}} L_1 (2L - L_1) / 2EI_{\text{изг}} = (2957 \cdot 90) \times ((2 \cdot 100) - 90) / (2 \cdot 175000 \cdot 9000) = 0,0093 \text{ см};$$

– прогиб от сосредоточенной вертикальной силы на расстоянии 0,1 м от конца консоли:

$$f_3 = W_{\text{огр.н}} L_1^2 (3L - L_1) / 6EI_{\text{изг}} = (15,3 \cdot 90^2) \times ((3 \cdot 100) - 90) / (6 \cdot 175000 \cdot 9000) = 0,0028 \text{ см};$$

– максимальный прогиб составит:

$$f_{\text{max}} = f_1 + f_2 + f_3 = 0,019 + 0,0093 + 0,0028 = 0,032 \text{ см}.$$

3. Допустимый прогиб для элементов лестниц в соответствии с СП 20.13330.2016 [12, пп. 2, а, 3 и примечание 1 табл. Д.1] составляет  $f_u = 2L / 120 = 2 \cdot 100 / 120 = 1,66 \text{ см}$ , что намного больше  $f_{\text{max}} = 0,032 \text{ см}$ , т. е. деформации ступеней от изгиба соответствуют требованиям действующих норм.

Выполним проверку прочности ступеней на кручение в соответствии с предпосылками Ф. Литтла для плоских ступеней [14] (рис. 5).

Формулы Ф. Литтла используют безразмерный коэффициент  $c$ , зависящий от характера передачи нагрузок от одной ступени к другой. В более ранней статье С. Прайс и Х. Роджерс [15] соответствующий коэффициент (обозначенный у этих авторов как  $k_{\text{ген}}$ ) в общем случае принят равным 0,75. Ф. Литтл указывает, что по результатам его физических испытаний в общем случае получен  $c = 0,85$ . Согласно Б. Риго [16] данное

значение хорошо соотносится с численным экспериментом при помощи метода дискретных элементов (МДЭ). В расчет принимаем  $c = 0,85$ .

Отметим, что при помощи этого коэффициента возможно также учитывать треснувшие, т. е. исключенные из работы участки ступеней. В примере, приведенном у С. Прайс и Х. Роджерс [15], для ступени, расположенной непосредственно над треснувшей поперечно на расстоянии  $1/4$  выноса консоли, данный коэффициент равен  $c = 0,25$ . При этом остальные ступени без трещин будут иметь стандартный коэффициент  $c$ , приведенный выше.

Ширина ступени  $b$  в формулах Ф. Литтла принята без учета валика и надвигки ступеней друг на друга. Предполагаем, что все ступени марша загружены равномерно кратковременной нагрузкой. Нумерация ступеней в марше — сверху вниз.

Для справки приведем расчет вертикальной реакции под нижней ступенью марша для случая, когда требуется рассчитать конструкции площадки, на которую опирается рассматриваемый марш:

$$R_n = \left[ \sum_{i=1}^n P_i + nW \right] / 2c =$$

$$= [10 \cdot 1,08 + 10 \cdot 1,7] / (2 \cdot 0,85) = 16,36 \text{ кН.}$$

Для справки приведем расчет вертикальной реакции в заделке нижней ступени марша для случая, когда требуется выполнить проверку кладки стены, в месте заделки:

$$R_{Wn} = (P_n + W)(1 - 1/2c) =$$

$$= (1,08 + 1,7)(1 - 0,5 \cdot 0,85) = 1,6 \text{ кН} = 163,1 \text{ кг.}$$

1. Определим крутящий момент в заделке нижней ступени:

$$T_n = \left[ \left( \sum_{i=1}^{n-1} P_i + (n-1)W \right) / c + (P_n + W) / 2c \right] \times$$

$$\times (b/2) = [((10-1) \cdot 1,08 + (10-1) \cdot 1,7) / 0,85 +$$

$$+ (1,08 + 1,7) / (2 \cdot 0,85)] (0,32 / 2) = (10-1 + 1/2) \times$$

$$\times (1,08 + 1,7)(0,32/2) / 0,85 = 4,98 \text{ кНм} = 50\,765 \text{ кгсм.}$$

2. Для ступени прямоугольного сечения определяем по таблице, приведенной у А. А. Уманского [17, с. 372], безразмерный коэффициент  $\xi$  для расчета на кручение (принимая, что  $b$  — это длинная сторона прямоугольника, а  $h$  — короткая):

– соотношение сторон ступени  $b/h = 32/15 = 2,133$ ;

– по интерполяции определяем безразмерный коэффициент  $\xi = 0,533$ .

3. Определим момент сопротивления сечения ступени при кручении:

$$W_k = \xi h^3 = 0,533 \cdot 15^3 = 1798,87 \text{ см}^3.$$

4. Наиболее опасной точкой сечения является середина верхней поверхности ступени, где возникает максимальное касательное напряжение от кручения:

$$\tau = T_n / W_k = 50\,765 / 1798,87 = 28,23 \text{ кг/см}^2 =$$

$$= 2,77 \text{ МПа.}$$

В этой же точке возникает максимальное нормальное напряжение от изгиба  $\sigma$ , определенное ранее.

В уровне нейтральной оси касательные напряжения от кручения несколько меньше, чем в верхней и нижней точке сечения ступени [17, с. 372]. В этом уровне добавляются касательные напряжения от перерезывающей силы  $Q = R_{Wn}$  (рассчитываются по формуле  $\tau_Q = Qh^2 / 8I_{изг.}$  [17, с. 212]). Однако сумма описанных касательных напряжений для рассматриваемой ступени остается меньше значения  $\tau = 2,77 \text{ МПа}$ .

5. Для определения допустимого соотношения касательных и нормальных напряжений в наиболее опасной точке выполним построение паспорта прочности расчетным методом в соот-

ветствии с приложением 2 ГОСТ 21153.8—88 [18] (правило знаков в данном ГОСТе — сжатие положительное, растяжение — отрицательное):

– определяем соотношение безразмерных радиусов предельных кругов Мора  $q_2$  и  $q_1$ :

$$q_2 / q_1 = \sigma_{сж} / \sigma_p = 91,9 / 3,06 = 30;$$

– находим значения  $q_2$  и  $K_1 + q_1$  из табл. 3 ГОСТ 21153.8—88 [18]:

$$q_2 = 0,0363; K_1 + q_1 = 0,0024;$$

– определяем значение параметра формы огибающей  $a$ :

$$a = \sigma_{сж} / 2q_2 = 91,9 / (2 \cdot 0,0363) = 1265,84 \text{ МПа};$$

– определим параметр переноса начала координат  $\sigma_0$ :

$$\sigma_0 = a (K_1 + q_1) = 1265,84 \cdot 0,0024 = 3,04 \text{ МПа};$$

– вычислим безразмерную координату  $K$  для напряжения изгиба, вычисленного ранее:

$$K = (\sigma + \sigma_0) / a = (-1,52 + 3,04) / 1265,84 = 0,0012;$$

– вычислим безразмерную координату  $l$ :

$$l = 0,73 \left( \frac{K^2}{K^2 + 1} \right)^{3/8} = 0,73 \left( \frac{0,0012^2}{0,0012^2 + 1} \right)^{3/8} = 0,0047;$$

– предельное касательное напряжение в данной точке будет равно:

$$\tau_{пред} = la = 0,0047 \cdot 1265,84 = 5,94 \text{ МПа}.$$

6. Определим коэффициент запаса:

$k = \tau_{пред} / \tau = 5,94 / 2,77 = 2,14$ , что меньше рекомендованного  $k = 3$ .

Если бы для определения временного сопротивления на изгиб мы руководствовались коэффициентами перехода по М. П. Субботину [5, с. 112], то предельное касательное напряжение было бы чуть больше и составило  $\tau_{пред} = 91,9 \cdot 1/14 = 6,56$  МПа. Однако данное значение несколько выше полученного по действующему ГОСТ 21153.8—88 [18].

*В подобных случаях, когда расчеты показывают коэффициент запаса  $k < 3$ , необходимо рассмотреть возможность проведения натуральных испытаний марша.*

Выполним проверку деформативности ступени при кручении в соответствии с предпосылками Ф. Литгла для плоских ступеней [14].

1. Для ступени прямоугольного сечения определим по таблице, приведенной у А. А. Уманского [17, с. 372], безразмерный коэффициент  $\eta$  для расчета на кручение (принимая, что  $b$  — это длинная сторона прямоугольника, а  $h$  — короткая):

– соотношение сторон ступени  $b / h = 32 / 15 = 2,133$ ;

– по интерполяции определим безразмерный коэффициент  $\eta = 0,501$ .

2. Определим момент инерции сечения ступени при кручении:

$$I_k = \eta h^4 = 0,501 \cdot 15^4 = 25\,363,12 \text{ см}^4.$$

3. Для определения максимального вертикального перемещения  $\delta_{(v)}$  необходимо просуммировать перемещения всех ступеней в марше  $\Delta_{(v)}$ , для чего нужно определить полные углы закручивания каждой ступени по формуле  $\varphi_i = T_{ин} L / G I_k$ .

Нормативное значение крутящего момента в  $i$ -ой ступени вычисляется по формуле:

$$T_{ин} = \left[ \left( \sum_{i=1}^{i-1} P_{ин} + (i-1)W_n \right) / c + (P_{ин} + W_n) / 2c \right] \times (b / 2).$$

Перемещение отдельной ступени вычисляется по формуле  $\Delta_{(v)} = h - h \cos \varphi_i + b \varphi_i$ .

Результаты вычислений для удобства сведены в табличную форму (см. таблицу).

4. Допустимый прогиб для элементов лестниц в соответствии с СП 20.13330.2016 [12, пп. 2, а, 3 и примечание 1 табл. Д.1] составляет  $f_u = 2L / 120 = 2 \cdot 100 / 120 = 1,66$  см.

Консервативно просуммировав прогиб от изгиба  $f_{max} = 0,032$  см и вертикальное перемещение от кручения  $\delta_{(v)} = 0,444$  см, получаем суммарное перемещение от изгиба с кручением, равное  $0,032 + 0,444 = 0,476$  см, что меньше допустимого прогиба  $f_u = 1,66$  см, т. е. деформации ступеней от

## Расчет вертикальных перемещений ступеней от кручения

Номер ступени (сверху вниз)	Крутящий момент $T_{ин}$ , кНм	Крутящий момент $T_{ин}$ , кгсм	Вынос консоли $L$ , см	Модуль сдвига $G$ , кг/см <sup>2</sup>	Момент инерции при кручении $I_k$ , см <sup>4</sup>	Полный угол закручивания $\varphi$ , радиан	Перемещение ступени $\Delta_{(n)}$ , см
1	0,229	2331	100	66287	25363,12	0,00014	0,0044
2	0,686	6994				0,00042	0,0133
3	1,144	11 657				0,00069	0,0222
4	1,601	16 319				0,00097	0,0311
5	2,058	20 982				0,00125	0,0399
6	2,516	25 645				0,00153	0,0488
7	2,973	30 308				0,00180	0,0577
8	3,431	34 970				0,00208	0,0666
9	3,888	39 633				0,00236	0,0755
10	4,345	44 296				0,00263	0,0844
Максимальное вертикальное перемещение ступеней $\delta_{(n)}$ , см							0,444

изгиба с кручением соответствуют требованиям действующих норм.

### Заключение

Приведенный выше пример базируется на аналитических методах расчета бескосоурных каменных лестниц.

При анализе результатов подобных расчетов целесообразно учитывать имеющиеся запасы, обусловленные принятой методикой. А именно:

1. Метод расчета по допускаемым напряжениям является более консервативным по сравнению с методом расчета по предельным состояниям [19, с. 17].

2. При проверке ступеней на прочность расчетные значения временных нагрузок назначались с учетом коэффициентов надежности по нагрузке, применяемых для расчета по предельным состояниям. Для расчета по допускаемым напряжениям в период возведения подобных конструкций использовались только нормативные значения временных нагрузок.

3. Временные нагрузки приложены по наименее худшему сценарию по всей площади марша, что на практике реализуется крайне редко.

4. Принятые физико-механические свойства камня взяты по справочным данным и уточня-

ются проведением серий измерений неразрушающими или разрушающими методами.

Анализ результатов расчета подтверждает выводы Ф. Литтла [14] и Б. Риго [16], что деформации бескосоурных каменных лестниц в общем случае невелики, а определяющим критерием для оценки их работоспособности является прочность ступеней.

Вычисление моментов сопротивления и моментов инерции сечения ступеней, отличного от прямоугольного, возможно при помощи имеющихся программных комплексов, например модуля Консул пакета SCAD Office. При назначении расчетного сечения необходимо проанализировать наличие вставок и/или домастиковок. В общем случае они являются ослаблением сечения ступени [14].

### Список источников

1. Вебер М. Д. К вопросу восстановления каменных бескосоурных лестниц в архитектуре Санкт-Петербурга. Часть 1 / М. Д. Вебер, А. В. Кузнецов // Известия Петербургского университета путей сообщения. — 2025. — Т. 22. — № 2. — С. 509–530.

2. Приложение к приказу Минстроя РФ № 1056/пр от 31.07.2017. Сборник № 4. Реставрация и воссоздание конструкций и декора из естественного камня. Приложение 3.

3. Харьюзов Л. С. Путиловский камень (плитчатый известняк) как объект реставрации в памятниках архитектуры: учеб. пособие / Л. С. Харьюзов, А. Г. Булах, А. И. Савченко; науч. ред. А. Г. Булах. — СПб.: Изд. Дом С.-Петерб. ун-та, 2012. — 52 с.
4. Лямин Н. Н. Естественные каменные строительные материалы / Н. Н. Лямин. — СПб.: Типография П. П. Сойкина, 1911. — Вып. I. — 74 с.
5. Субботин М. П. Строительное камневедение (технология естественных строительных камней): с приложением геологии строительного камня геолога Л. Е. Наливайко / М. П. Субботин. — Харьков: Государственное научно-техническое издательство Украины, 1935. — 272 с.
6. Карташов Ю. М. Прочность и деформируемость горных пород / Ю. М. Карташов, Б. В. Матвеев, Г. В. Михеев, А. Б. Фадеев. — М.: Недра, 1979. — 269 с.
7. Беликов Б. П. Упругие и прочностные свойства горных пород (с приложением таблиц физико-механических констант главнейших типов горных пород СССР) / Б. П. Беликов // АН СССР. Труды института геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии. — М.: Изд-во АН СССР, 1961. — Вып. 43. — С. 47–110.
8. Беликов Б. П. Облицовочный камень и его оценка / Б. П. Беликов, В. П. Петров. — М.: Изд-во Наука, 1977. — 138 с.
9. Беликов Б. П. Природные каменные облицовочные материалы (методы их оценки, изучения и ресурсы) / Б. П. Беликов, М. Б. Григорович, В. П. Петров, С. П. Шоблов // Серия «Неметаллические полезные ископаемые». — М.: ВИНТИ, 1975. — Т. 4. — 123 с.
10. Ржевский В. В. Физико-технические параметры горных пород / В. В. Ржевский. — М.: Изд-во Наука, 1975. — 210 с.
11. СП 15.13330.2020 «СНиП II-22—81\* Каменные и армокаменные конструкции». — М.: Минстрой России, 2020.
12. СП 20.13330.2016 «СНиП 2.01.07—85\* Нагрузки и воздействия». — М.: Стандартинформ, 2018.
13. Heyman J. The mechanics of masonry stairs // Structural studies of historical buildings. Vol. 2. Dynamics, Repairs and Restoration. — Southampton: Computational Mechanics Publ., 1995. — P. 259–265.
14. Little Ph. Stone cantilever stairs — inspection and analysis of cantilever stairs / Ph. Little, H. Hough, E. Mullarkey // IStructE. The Structural Engineer. — 2009. — Iss. 87(8). — Pp. 26–33.
15. Price S. Stone cantilevered staircases / S. Price, H. Rogers // IStructE. The Structural Engineer. — 2005. — Iss. 83(2). — Pp. 29–36.
16. Rigo B. Discrete element analysis of stone cantilever stairs / B. Rigo, K. Bagi // Meccanica. — 2018. — Iss. 53. — Pp. 1571–1589.
17. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический / Под ред. А. А. Уманского. — М.: Стройиздат, 1972. — 599 с.
18. ГОСТ 21153.8—88. Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии. — М.: Издательство стандартов, 1986.
19. Розенблюмас А. М. Каменные конструкции / А. М. Розенблюмас. — М.: Высшая школа, 1964. — 302 с.

Дата поступления: 08.06.2025

Решение о публикации: 02.08.2025

#### **Контактная информация:**

ВЕБЕР Михаил Давидович — ведущий инженер-конструктор; [mischaweber@mail.ru](mailto:mischaweber@mail.ru)

КУЗНЕЦОВ Анатолий Всеволодович —

канд. техн. наук, декан факультета

«Промышленное и гражданское строительство»;

[akuznetsov@pgups.ru](mailto:akuznetsov@pgups.ru)

## On Restoring Cantilever Stone Staircases in the Architecture of St. Petersburg. Part 2. How to Calculate a Straight Flight Staircase with Plane Treads

M. D. Veber<sup>1</sup>, A. V. Kuznetsov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Inforsproekt LLC, 19, Leninskaya Sloboda str., Moscow, 115280, Russian Federation

<sup>2</sup>Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russian Federation

**For citation:** Veber M. D. Kuznetsov A. V. On Restoring Cantilever Stone Staircases in the Architecture of St. Petersburg. Part 2. How to Calculate a Straight Flight Staircase with Plane Treads // *Proceedings of Petersburg State Transport University*, 2025, vol. 22, iss. 3, pp. 739–749. (In Russian) DOI: 10.20295/1815-588X-2025-3-739-749

### Summary

**Purpose:** To provide a comprehensive overview of the stone cantilever stairs. **Materials and methods:** A comprehensive archival investigation was undertaken. A thorough analysis and comparison of extant scientific and practical research in this field was conducted. **Results:** Adequate data has been collated for the purpose of conducting a structural analysis of extant structures. It is recommended that the experience of designing, building and operating the object of research be taken into account. **Practical significance:** The findings of this research will provide designing engineers with the calculation tools necessary to assess valuable historical objects.

**Keywords:** Stone structures, cantilever stairs, hanging/cantilever stairs, inspection, reconstruction, restoration, verification calculations, sample calculations.

### References

1. Veber M. D., Kuznetsov A. V. K voprosu vosstanovleniya kamennykh beskosournykh lestnits v arkhitekture Sankt-Peterburga. Chast' 1 [On the issue of restoration of stone stringerless stairs in the architecture of St. Petersburg. Part 1]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putey soobshcheniya* [Bulletin of the Petersburg University of Railway Engineering]. 2025, vol. 22, Iss. 2, pp. 509–530.

2. *Prilozhenie k prikazu Ministroya RF № 1056/pr ot 31.07.2017. Sbornik № 4. Restavratsiya i vossozdanie konstruksiy i dekora iz estestvennogo kamnya. Prilozhenie 3* [Appendix to the order of the Ministry of Construction of the Russian Federation № 1056/pr of July 31, 2017. Collection № 4. Restoration and recreation of structures and decor from natural stone. Appendix 3].

3. Khar'yuzov L. S., Bulakh A. G., Savchenok A. I.; nauch. red. A. G. *BulakhPutilovskiy kamen' (plitchatyy*

*izvestnyak) kak ob"ekt restavratsii v pamyatnikakh arkhitektury: ucheb. posobie* [Putilovsky stone (flaky limestone) as an object of restoration in architectural monuments: textbook]. St. Petersburg: Izd. Dom S.-Peterb. un-ta Publ., 2012, 52 p.

4. Lyamin N. N. *Estestvennye kamennye stroitel'nye materialy* [Natural stone building materials]. St. Petersburg: Tipografiya P. P. Soykina, 1911, Iss. 1, 74 p.

5. Subbotin M. P. *Stroitel'noe kamnevedenie (tehnologiya estestvennykh stroitel'nykh kamney): s prilozheniem geologii stroitel'nogo kamnya geologa L. E. Nalivayko* [Construction stone science (technology of natural building stones): with an appendix on the geology of building stone by geologist L. E. Nalivaiko]. Khar'kov: Gosudarstvennoe nauchno-tekhnicheskoe izdatel'stvo Ukrainy Publ., 1935, 272 p.

6. Kartashov Yu. M., Matveev B. V., Mikheev G. V., Fadeev A. B. *Prochnost' i deformiruemost' gornyykh porod*

[Strength and deformability of rocks]. Moscow: Nedra Publ., 1979, 269 p.

7. Belikov B. P. Uprugie i prochnostnye svoystva gornyx porod (s prilozheniem tablits fiziko-mekhanicheskikh konstant glavneyshikh tipov gornyx porod SSSR) [Elastic and strength properties of rocks (with appendix of tables of physical and mechanical constants of the main types of rocks of the USSR)]. *AN SSSR. Trudy instituta geologii rudnykh mestorozhdeniy, petrografii, mineralogii i geokhimii* [USSR Academy of Sciences. Transactions of the Institute of Geology of Ore Deposits, Petrography, Mineralogy and Geochemistry]. Moscow: AN SSSR Publ., 1961, Iss. 43, pp. 47–110.

8. Belikov B. P., Petrov V. P. *Oblitsovochnyy kamen' i ego otsenka* [Facing stone and its assessment]. Moscow: Nauka Publ., 1977, 138 p.

9. Belikov B. P., Grigorovich M. B., Petrov V. P., Shoblov S. P. Prirodnye kamennye oblitsovochnyye materialy (metody ikh otsenki, izucheniya i resursy) [Natural stone facing materials (methods of their assessment, study and resources)]. *Seriya "Nemetallicheskie poleznye iskopaemye"* [Series "Non-metallic useful minerals"]. Moscow: VINITI Publ., 1975, vol. 4, 123 p.

10. Rzhavskiy V. V. *Fiziko-tekhnicheskie parametry gornyx porod* [Physical and technical parameters of rocks]. Moscow: Nauka Publ., 1975, 210 p.

11. *SP 15.13330.2020 "СNiP II-22—81\* Kamennye i armokamennye konstruksii"* [SP 15.13330.2020 "SNiP II-22—81\* Stone and reinforced stone structures"]. Moscow: Minstroy Rossii Publ., 2020.

12. *SP 20.13330.2016 "СNiP 2.01.07—85\* Nagruzki i vozdeystviya"* [SP 20.13330.2016 "SNiP 2.01.07-85\* Loads and Impacts"]. Moscow: Standartinform Publ., 2018.

13. Heyman J. The mechanics of masonry stairs. Structural studies of historical buildings. Vol. 2. Dynamics,

Repairs and Restoration. Southampton: Computational Mechanics Publ., 1995, pp. 259–265.

14. Little Ph., Hough H., Mullarkey E. Stone cantilever stairs — inspection and analysis of cantilever stairs. *IStructE. The Structural Engineer*, 2009, Iss. 87(8), pp. 26–33.

15. Price S., Rogers H. Stone cantilevered staircases. *IStructE. The Structural Engineer*, 2005, Iss. 83(2), pp. 29–36.

16. Rigo B., Bagi K. Discrete element analysis of stone cantilever stairs. *Meccanica*, 2018, Iss. 53, pp. 1571–1589.

17. *Spravochnik proektirovshchika promyshlennykh, zhilykh i obshchestvennykh zdaniy i sooruzheniy. Raschetno-teoreticheskiy; zod red. A. A. Umanskogo* [Handbook of the designer of industrial, residential and public buildings and structures. Calculation and theoretical; ed. A. A. Umansky]. Moscow: Stroyizdat Publ., 1972, 599 p.

18. *GOST 21153.8—88. Porody gornye. Metod opredeleniya predela prochnosti pri ob'emnom szhatii* [GOST 21153.8—88. Rocks. Method for determining the ultimate strength under volume compression]. Moscow: Izdatel'stvo standartov Publ., 1986.

19. Rozenblyumas A. M. *Kamennye konstruksii* [Stone structures]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1964, 302 p.

Received: June 08, 2025

Accepted: August 02, 2025

#### Author's information:

Mikhail D. VEBER — Senior Designing Engineer;  
mischaweber@mail.ru

Anatoly V. KUZNETSOV — PhD in Engineering,  
Dean of the Department "Industrial and Civil  
Construction"; akuznetsov@pgups.ru